TITLE:

個人所得分布におけるワイブルスケールと経済指標(経済物理学II-社会・経済への物理学的アプローチ-,京都大学基礎物理学研究所2005年度後期研究会)

AUTHOR(S):

鈴木, 忠雄; 石川, 温; 友寄, 全志

CITATION:

鈴木, 忠雄 ...[et al]. 個人所得分布におけるワイブルスケールと経済指標(経済物理学II-社会・経済への物理学的アプローチ-,京都大学基礎物理学研究所2005年度後期研究会). 物性研究 2006, 86(4): 526-527

ISSUE DATE:

2006-07-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/110543

個人所得分布におけるワイブルスケールと経済指標

福島学院大学　鈴木 忠雄[1]
金沢学院大学　石川 温[2]
琉球大学　友寄 全志[3]

個人所得分布は, 1897 年にパレートが Pareto 則 を発見してから, 現在までに多くの人々によって解析されている. 特に全体の上位数% である高額所得者の分布関数はベキ分布となり, フラクタル性を示し, それ以外の大多数の中低額所得者の分布はベキ分布とはならずに非フラクタル性を示すことが知られている. そして高額所得者のベキ分布の指数であるパレート指数は時代や国を問わずにほぼ 2 であることが報告されており, また同時に, 中低額所得者の分布関数は対数正規分布関数や指数分布関数で説明できると報告されている [1, 2] .

一般的にスケール不変な理論はその対象によらずに系の対称性としてフラクタル性を示す. 一方スケール不変な理論にスケールを持つ項を加えると, そのスケールが無視できない領域ではスケール不変性が破れる. 個人所得分布は, まさに高額所得者の領域ではスケール不変となるが, 所得が高額から低額へ移り変わると, ある典型的なスケールの付近から, フラクタル性が次第に崩れる系となっており, フラクタル性と非フラクタル性が共存する系であると捉えることが出来る. その典型的なスケールを我々はワイブルスケールと呼んでいる. 我々は, このような系を記述するモデルとして, 2 次元量子重力理論の中の R^2 模型に着目し, 2 次元面の幾何学的な分布の性質で個人所得の分布を説明できる可能性を模索している [3, 4] [4].

R^2 項を持った 2 次元量子重力模型において Kawai-Nakayama の結果と MINBU 分析から, MINBU(最小の境界を 1 つ持った単連結の 2 次元面) の分布関数が得られる;

$$n_W(x) \sim N_W\, x^{\gamma_0-2} \exp\left[-\frac{w}{x}\right] \qquad \text{for} \quad 0 \le x \le w, \tag{1}$$

$$n_P(x) \sim N_P\, x^{\gamma_\infty-2} \qquad \text{for} \quad w \le x < \infty\,. \tag{2}$$

ここで, x は MINBU の面積, n_W, n_P はそれぞれ面積 x の MINBU の状態数, N_W と N_P は規格化定数である[5]. 指数 γ_∞ と γ_0 はモデルの詳細から決まる定数である. そして, w が典型的なスケールとみなせる次元を持ったパラメータであり, ワイブルスケールと呼ぶ. ワイブルスケール w によって MINBU の分布状態が (1) の非フラクタル分布と (2) のフラクタル分布, すなわちベキ分布に分かれることがわかる. ワイブルスケールの値はデータフィットから得られる.

ワイブルスケールと系の平均値との相関関係は

$$\langle (x_m \le)\; x\rangle \;=\; \frac{e\,\Gamma(-\gamma_0,1)+\frac{1}{-\gamma_0}}{e\,\Gamma(1-\gamma_0,1)+\frac{1}{1-\gamma_0}}w+\frac{1-\gamma_\infty}{-\gamma_\infty}x_m \tag{3}$$

と与えられることがわかる [4]. ここで $\Gamma(z,p)$ は不完全ガンマ関数 $\Gamma(z,p)=\int_p^\infty dt\; e^{-t}\, t^{z-1}$ であり, x_m は MINBU 数の最小限方向のカットオフである.

実際の個人所得データの分布を調べる際に, モデルのパレート指数を決める必要が生じる. ここではパレート指数を 2 と仮定すると [1], $\gamma_\infty - 2 = -3$ となり $\gamma_\infty = -1$ ， $\gamma_0 = -1/3$ と定数が決

[1] E-mail:tadao@yukawa.kyoto-u.ac.jp
[2] E-mail:ishikawa@kanazawa-gu.ac.jp
[3] E-mail:mtomo@curie.sci.u-ryukyu.ac.jp
[4] 詳細な文献も [3, 4] を参照のこと
[5] 面積 A の 2 次元面に面積 B の MINBU が存在している場合を想定しており $x=(1-B/A)B$ である.

まる. x を個人所得とみなし実際のデータのフィットからワイブルスケール w を求めることができ, (1) と (2) を用いて分布状態を説明できる. 今回は, 論文 [4] にて解析した期間をさらにより過去へ延ばし, 1968 年から 2000 年の日本における個人所得データに対して分析を行う. ワイブルスケールと平均値の相関関係 (3) は,

$$\langle (x_m \leq)\ x\rangle_{W+P} \sim 0.980\ w + 2\ x_m \tag{4}$$

と得られ, 1968 年から 2000 年の期間においても成立することがわかる (図 1). バブル期間 (1987 年から 1991 年) は相関関係 (4) が成立しないが, これはパレート指数が 2 からずれてしまうことが原因だと考えられる. 我々の分布ではワイブルスケールが唯一のパラメータであり, その変化は (4) より平均値の変化に対応している. これは, Souma-Nirei での結果「個人所得分布は年によって変化するが平均値で規格化すると分布はほぼ重なる」と一致する.

さらに, ワイブルスケール w の経済的な意味を理解するために, 経済指標として良く知られている消費者物価指数 CPI との相関を調べると正の相関を示すことがわかる (図 2).

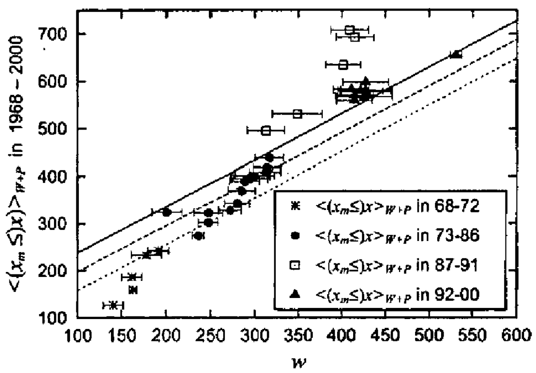

図 1: ワイブルスケールと平均値

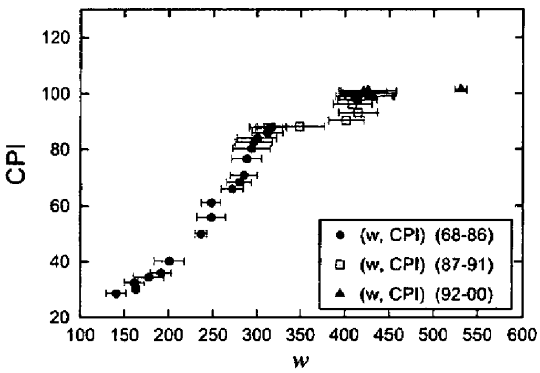

図 2: ワイブルスケールと CPI の相関関係

1968 年から 2000 年までの相関関係は $\mathrm{CPI} = 0.233w + 1.870$ となり決定係数は $R^2 = 0.882$ である. この相関は次のように理解できる. CPI の変化は物価指数の変化であり, ひいては所得分布の横軸の平行移動に対応するであろう. 一方ワイブルスケールの変化は非フラクタル領域とフラクタル領域の境界値の変化であるため, 同じく所得分布の平行移動に対応すると考えられる. したがって, 我々のモデルは調べた範囲内において無矛盾であり, CPI などの経済指標はワイブルスケールを通してみれば系の対称性に関係する指標とみなせるかもしれない.

参考文献

[1] H. Aoyama, W. Souma, Y. Nagahara, H.P. Okazaki, H. Takayasu and M. Takayasu, Fractals 8, 293 (2000);
W. Souma, Fractals 9, 463 (2001).

[2] W. Souma and M. Nirei, physics/0505173

[3] M. Anazawa, A. Ishikawa, T. Suzuki and M. Tomoyose, Physica A335 (2004) 616.

[4] A. Ishikawa and T. Suzuki, Physica A343 (2004) 376.